

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 21 februarie 2026

Clasa a VII-a

Problema 1:

Fie numărul $A = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2^2}} + \frac{1}{\sqrt{2^3}} + \frac{1}{\sqrt{2^4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2^{2026}}}$.

Demonstrați că:

a) $(\sqrt{2} - 1)A \in \mathbb{Q}$;

b) $A < \sqrt{2} + 1$.

Problema 2:

Comparați numerele reale x și y , știind că:

$$x = \sqrt{7^{2026} - 6 \cdot 7^{2025} - 6 \cdot 7^{2024} - \dots - 6 \cdot 7 - 6} - \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} - |\sqrt{7} - 3|,$$

$$y = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{2026} - \sqrt{2025}}{\sqrt{2025 \cdot 2026}}.$$

Problema 3:

Se consideră trapezul $ABCD$ cu $AB = 9$ cm, $CD = 4$ cm, $AB \parallel CD$, $\sphericalangle A = 90^\circ$.

Latura AD este tangentă la cercul de diametru BC în punctul P .

a) Să se calculeze:

1) Aria discului de diametru BC ;

2) Aria triunghiului $\triangle PBC$,

b) Să se determine cel mai mic număr natural n petru care perimetrul triunghiului $\triangle PBC$ este mai mic decât 2^n .

Problema 4:

Fie $ABCD$ un pătrat și E un punct pe latura BC . Perpendiculara dusă din E pe BD intersectează diagonala BD în M și dreapta AD în F . Notăm cu N intersecția dintre dreptele AE și CF . Știind că $BF = 4 MN$, aflați măsura unghiului $\sphericalangle EDB$.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timp efectiv de lucru **3 ore**.
- Fiecare problemă se notează cu maxim **22,5** puncte.
- Se acordă **10** puncte din oficiu.